No. of Printed Pages : 10 **BMTC–131**

BACHELOR OF SCIENCE/ BACHELOR OF ARTS

[B. SC. (G)/B. A. (G)/BSCM]

Term-End Examination

December, 2025

BMTC-131 : CALCULUS

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 100*

Note : *(i) Question No.* ***1*** *is compulsory.*

(ii) Attempt any ***six*** *questions from Q. Nos.* ***2*** *to* ***8****.*

(iii) Use of calculator is not allowed.

1. State whether the following statements are True *or* False. Justify your answer with the help of a short proof or a counter-example :

$2\times5=10$

(i) $y=-x^2$ is increasing in $[-5,-3]$.

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

(ii) $y = x^2 - 2x^3$ has no point of inflection.

(iii) The function f, defined by $f(x) = |x - 2|$ is differentiable in $[0, 1]$.

(iv) $\frac{d}{dx}\left[\int_2^{e^x} \ln t \, dt\right] = x - \ln 2$.

(v) The function f defined by $f(x) = \cos x + \sin x$ is an odd function.

2. (a) Check the integrability of the functions : 5

(i) $\frac{\sin x}{x}$

(ii) $\frac{5 + x}{x^2 - 1}$

(b) Evaluate : 5

$$\int_0^{\pi/2} \sin^8 x \, dx.$$

(c) Find : 5

$$\int \frac{dx}{x \ln |x|}.$$

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

3. (a) Find the area between the curves $y = 2x - x^3$ and $y = 2x$ from $x = -1$ to $x = 2$. 8

(b) If $y = (\sin x)^{(\sin x) \ldots\ldots \infty}$, find $\frac{dy}{dx}$. 7

4. Trace the curve :

$$y^2(x+1) = x^2(3-x)$$

clearly stating all the properties used for tracing it. 15

5. (a) If $y = (\sin^{-1} x)^2$, check whether :

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + n^2 y_n = 0$$

or not. 5

(b) Let f be the function defined on $[-1, 1]$ given by :

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{if } x \text{ is rational} \\ 1, & \text{if } x \text{ is irrational} \end{cases}$$

find $U(P, f)$ and $L(P, f)$. Hence, deduce whether f is integrable or not. 5

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

(c) Evaluate : 5

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}.$$

6. (a) Use Lagrange's mean value theorem to prove that : 5

$$x < \sin^{-1} x < \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}, \qquad 0 < x < 1$$

(b) For what value(s) of k, is the function f defined by :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(1+x) - \sin(1-x)}{x} & ; \quad x \neq 0 \\ k \cos 1 & ; \quad x = 0 \end{cases}$$

continuous at $x = 0$? 5

(c) Connect $I_n = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot^n x \, dx$ with I_{n-2}.

Hence, deduce the value of I_4. 5

7. (a) Find the equations of the tangent and normal to the curve $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ at any point (x, y) on it. 5

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

(b) Find the derivative of $x^{\tan x} + (\sin x)^{\cos x}$ w. r. t. x. 5

(c) Expand e^{2x} is powers of $(x-1)$ upto four terms. 5

8. (a) Evaluate : 5

$$\int \frac{x^2 dx}{(x-3)(x-5)(x-7)}.$$

(b) Verify Rolle's theorem for the function f, defined by $f(x) = x(x-2)e^{-x}$ on the interval $[0, 2]$. 5

(c) Find the following limits : 5

(i) $\lim_{x \to 0} \frac{3 \tan x}{5x}$

(ii) $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2}{e^x \ln x}$

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

BMTC–131

विज्ञान स्नातक/कला स्नातक

(बी.एस.-सी.जी./बी.ए.जी./बी. एस.-सी. एम.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2025

बी.एम.टी.सी.-131 : कलन

समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 100*

नोट : *(i) प्रश्न सं. **1** अनिवार्य है।*

*(ii) प्रश्न सं. **2** से **8** तक कोई **छः** प्रश्न कीजिए।*

(iii) कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य हैं **या** असत्य ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए : 2×5=10

(i) $y = -x^2$, $[-5, -3]$ में वर्धमान है।

(ii) $y = x^2 - 2x^3$ का कोई नति परिवर्तन बिंदु नहीं है।

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

(iii) $f(x) = |x-2|$ द्वारा परिभाषित फलन f, अंतराल $[0,1]$ में अवकलनीय है।

(iv) $\frac{d}{dx}\left[\int_2^{e^x} \ln t \, dt\right] = x - \ln 2$

(v) $f(x) = \cos x + \sin x$ द्वारा परिभाषित फलन f एक विषम फलन है।

2. (क) निम्नलिखित फलनों की समाकलनीयता की जाँच कीजिए : 5

(i) $\frac{\sin x}{x}$

(ii) $\frac{5+x}{x^2-1}$

(ख) मान प्राप्त कीजिए : 5

$$\int_0^{\pi/2} \sin^8 x \, dx$$

(ग) हल कीजिए : 5

$$\int \frac{dx}{x \ln |x|}$$

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

3. (क) $x = -1$ से $x = 2$ तक वक्रों $y = 2x - x^3$ और $y = 2x$ के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 8

(ख) यदि $y = (\sin x)^{(\sin x) \ldots\ldots \infty}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 7

4. वक्र $y^2(x+1) = x^2(3-x)$ का आरेखण कीजिए तथा आरेखण करने में प्रयोग किये गये गुणधर्म लिखिए। 15

5. (क) यदि $y = (\sin^{-1} x)^2$ है, तो जाँच कीजिए कि :

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + n^2 y_n = 0$$

हैं या नहीं। 5

(ख) मान लीजिए $[-1, 1]$ पर परिभाषित फलन f निम्नलिखित है :

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{यदि } x \text{ परिमेय है} \\ 1, & \text{यदि } x \text{ अपरिमेय है} \end{cases}$$

$U(P, f)$ और $L(P, f)$ ज्ञात कीजिए। अतः निगमन कीजिए कि f समाकलनीय है या नहीं। 5

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

(ग) मान ज्ञात कीजिए : 5

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

6. (क) लैग्रांज के माध्य मान प्रमेय का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि : 5

$$x < \sin^{-1} x < \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}, \quad 0 < x < 1$$

(ख) k के किस/किन मान/मानों के लिए निम्नलिखित द्वारा परिभाषित फलन f :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(1+x) - \sin(1-x)}{x} ; & x \neq 0 \\ k \cos 1 ; & x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$ पर संतत होगा ? 5

(ग) $I_n = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot^n x \, dx$ और I_{n-2} में संबंध स्थापित कीजिए। अंतः I_4 का मान ज्ञात कीजिए। 5

7. (क) वक्र $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ के किसी बिंदु (x, y) पर स्पर्शरेखा और अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

5

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

(ख) $x^{\tan x} + (\sin x)^{\cos x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 5

(ग) e^{2x} का $(x-1)$ की घातों में चार पदों तक प्रसरण कीजिए। 5

8. (क) मान ज्ञात कीजिए : 5

$$\int \frac{x^2 dx}{(x-3)(x-5)(x-7)}$$

(ख) $f(x) = x(x-2)\, e^{-x}$ द्वारा परिभाषित फलन f के लिए अंतराल $[0, 2]$ पर रौले प्रमेय सत्यापित कीजिए। 5

(ग) निम्नलिखित सीमाएँ ज्ञात कीजिए : 5

(i) $\lim_{x \to 0} \frac{3 \tan x}{5x}$

(ii) $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2}{e^x \ln x}$

× × × × ×

Downloaded from www.IGNOUBABA.com