No. of Printed Pages : 12

BMTC–131

BACHELOR OF SCIENCE/
BACHELOR OF ARTS
[B. SC. (G)/B. A. (G)/BSCM]
Term-End Examination
June, 2025

BMTC-131 : CALCULUS

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 100*

Note : *Question No. 1 is compulsory. Attempt any* ***eight*** *questions from Q. Nos.* ***2*** *to* ***10****. Use of calculator is not allowed.*

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer : 20

   (i) If A and B are two sets, then

   $$A \cup B = (A/B) \cup (A \cap B) \cup (B/A).$$

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

(ii) The period of the function

$$f(x) = \cos(2x + 5),\ x \in \mathbf{R}$$

is 2π.

(iii) The maximum possible domain of a function f given by $f(x) = \dfrac{x}{1-\sqrt{x}}$ is $]0, \infty[$.

(iv) The horizontal asymptote of the curve $y = x^2e^x$ is $y = 0$.

(v) $\dfrac{d}{dx}(\cos\sqrt{x}) \neq \dfrac{d}{dx}(\sqrt{\cos x})$.

(vi) $\lim\limits_{x \to -\frac{4}{5}} \dfrac{25x^2 - 16}{5x + 4} = 8.$

(vii) The function f, defined by $f(x) = x - |x - 2|$ is differentiable at $x = 2$.

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

(viii) $\left\{-\frac{3}{2}, 0, 2\right\} \in \mathbf{Q} \times \mathbf{Z} \times \mathbf{N}.$

(ix) $\frac{d}{dx}\left(\int_0^{\sqrt{x}} \cos t \, dt\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}.$

(x) The greatest integer function $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ defined by $f(x) = [x]$ is continuous everywhere.

2. (a) Show that the function $f : \mathbf{Z} \to \mathbf{Z}$ defined by $f(x) = 2x^2 + 7x$ is one-one but not onto. 5

(b) Find the nth derivative of y, when $y = x^2 e^x$ at $x = -1$. 5

3. (a) Find the nth Maclaurin's polynomial for $\cos x$. 5

(b) If $y = Ae^{-kt} \cos(pt + c)$, show that :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2k\frac{dy}{dt} + n^2 y = 0,$$

where $n^2 = p^2 + k^2$. 5

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

4. (a) Evaluate : 5

$$\int \frac{dx}{x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{2}}}.$$

(b) Find $\frac{dy}{dx}$, when $y = (x^x)^x$. 5

5. (a) Test the continuity and differentiability of the function : 5

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, \text{ if } x \leq 2 \\ 5-x, \text{ if } x > 2 \end{cases}$$

at $x = 2$.

(b) Draw the rough sketch of the curve $r^2 = 3r \cos \theta$. 5

6. (a) Find the modulus and argument of the complex number : 5

$$\frac{(1+\cos\theta + i\sin\theta)^5}{(\cos\theta + i\sin\theta)^3}.$$

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

(b) A bee follows the trajectory $x = t - 2\sin t$, $y = 2 - 2\cos t$, where $t \geq 0$. It lands on a wall at time $t = 10$. At what time was the bee flying horizontally ? 5

7. Trace the curve $y^2(a + x) = x^2(3a - x)$, $a > 0$, stating all the properties you use to trace it. 10

8. (a) Using the ε-δ definition of limit, find δ such that $\lim_{x \to 3}(5x - 2) = 13$; $\varepsilon = 0.05$. 5

(b) Find the points at which the tangent to the curve $y = x^3$ is parallel to the chord from (0, 0) to (1, 1). 5

9. (a) Find the area bounded by the curves $y = \sin x$ and $y = \cos x$ and the lines $x = 0$ and $x = \frac{\pi}{2}$. 5

(b) Determine the intervals on which the function f defined by : 5

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$$

is increasing or decreasing.

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

10. (a) Find the length of an arc of the curve $x = e^t \sin t$, $y = e^t \cos t$ from $t = 0$ to $t = \frac{\pi}{2}$. 5

(b) Evaluate : 5

$$\int \frac{x^3 + 3}{(x^2 + 1)(x^2 + 2)} dx.$$

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

BMTC–131

विज्ञान स्नातक/कला स्नातक

(बी.एस. सी.जी./बी.ए.जी./बी. एस. सी. एम.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2025

बी.एम.टी.सी.-131 : कलन

समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 100*

नोट : *प्रश्न सं. **1** करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. **2** से **10** तक से कोई **आठ** प्रश्न कीजिए। कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।*

---

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए : 20

   (i) यदि A और B दो समुच्चय हैं, तो :

   $$(A \cup B) = (A/B) \cup (A \cap B) \cup (B/A)$$

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

(ii) फलन $f(x) = \cos(2x + 5)$, $x \in \mathbf{R}$ का आवर्त 2π है।

(iii) $f(x) = \dfrac{x}{1-\sqrt{x}}$ द्वारा परिभाषित फलन f का अधिकतम संभावित प्रांत $]0, \infty[$ है।

(iv) वक्र $y = x^2e^x$ की क्षैतिज अनंतस्पर्शी $y = 0$ है।

(v) $\dfrac{d}{dx}(\cos\sqrt{x}) \neq \dfrac{d}{dx}(\sqrt{\cos x})$.

(vi) $\lim\limits_{x\to-\frac{4}{5}} \dfrac{25x^2-16}{5x+4} = 8$.

(vii) $f(x) = x - |(x-2)|$ द्वारा परिभाषित फलन f, $x = 2$ पर अवकलनीय है।

(viii) $\left\{-\dfrac{3}{2}, 0, 2\right\} \in \mathbf{Q} \times \mathbf{Z} \times \mathbf{N}$.

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

(ix) $\frac{d}{dx}\left(\int_0^{\sqrt{x}} \cos t\, dt\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}.$

(x) $f(x) = [x]$ द्वारा परिभाषित महत्तम पूर्णांक फलन $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ प्रत्येक बिन्दु पर संतत् है।

2. (क) दर्शाइए कि $f(x) = 2x^2 + 7x$ द्वारा परिभाषित फलन $f : \mathbf{Z} \to \mathbf{Z}$ एकैक है लेकिन आच्छादक नहीं। 5

(ख) $y = x^2 e^x$ का $x = -1$ के लिए y का nवाँ अवकलज ज्ञात कीजिए। 5

3. (क) $\cos x$ के लिए nवीं मैक्लारिन बहुपद ज्ञात कीजिए। 5

(ख) यदि $y = Ae^{-kt} \cos (pt + c)$ है, तो दर्शाइए कि : 5

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2k\frac{dy}{dt} + n^2 y = 0$$

जहाँ $n^2 = p^2 + k^2$।

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

4. (क) मान ज्ञात कीजिए : 5

$$\int \frac{dx}{x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{2}}}.$$

(ख) $y = (x^x)^x$ के लिए $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 5

5. (क) फलन :

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{यदि } x \le 2 \\ 5-x, & \text{यदि } x > 2 \end{cases}$$

के $x = 2$ पर सातत्य और अवकलनीयता की जाँच कीजिए। 5

(ख) वक्र $r^2 = 3r \cos \theta$ का रफ स्कैच खींचिए। 5

6. (क) सम्मिश्र संख्या $\frac{(1+\cos\theta+i\sin\theta)^5}{(\cos\theta+i\sin\theta)^3}$ का मापांक और कोणांक ज्ञात कीजिए। 5

(ख) एक मक्खी प्रक्षेपवक्र $x = t - 2 \sin t$, $y = 2 - 2 \cos t$, जहाँ $t > 0$ है, में उड़ती है। यह $t = 10$ पर दीवार पर आती है। मक्खी कितने समय पर क्षैतिज उड़ रही थी ? 5

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

7. वक्र $y^2 (a + x) = x^2 (3a - x)$, $a > 0$ का आरेखण कीजिए और ऐसा करने में प्रयोग किए गए गुणधर्मों को लिखिए। 10

8. (क) सीमा की ε-δ परिभाषा का प्रयोग करके δ ज्ञात कीजिए जबकि $\lim_{x \to 3} (5x - 2) = 13$; $\varepsilon = 0{\cdot}05$। 5

(ख) वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जिस पर वक्र $y = x^3$ पर खींची गयी स्पर्शरेखा, बिन्दुओं $(0, 0)$ और $(1, 1)$ से गुजरने वाली जीवा के समानांतर है। 5

9. (क) वक्रों $y = \sin x$, $y = \cos x$ और रेखाओं $x = 0$ और $x = \frac{\pi}{2}$ द्वारा घिरे प्रदेश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

(ख) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$ द्वारा परिभाषित फलन f के लिए वे अंतराल ज्ञात कीजिए जिन पर f वर्धमान या ह्रासमान है। 5

Downloaded from www.IGNOUBABA.com

10. (क) वक्र $x = e^t \sin t,\ y = e^t \cos t$ की $t = 0$ से $t = \frac{\pi}{2}$ तक की चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 5

(ख) मान ज्ञात कीजिए : 5

$$\int \frac{x^3 + 3}{(x^2 + 1)(x^2 + 2)} dx$$

× × × × ×

Downloaded from www.IGNOUBABA.com