

**BACHELOR OF ARTS (GENERAL)/
BACHELOR OF SCIENCE
(GENERAL) (BAG/BSCG)
Term-End Examination
June, 2025**

BMTE-144 : NUMERICAL ANALYSIS

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

Note : *Question No. 1 is compulsory. Do any **eight** questions from Q. Nos. 2 to 10. Use of non-programmable/scientific calculator is allowed.*

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer :

2×10=20

(i)
$$\sum_{k=0}^{n-1} \Delta^2 f_k = \Delta f_n - \Delta f_0$$

(ii) The eigen values of $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ are

1, 2, 5.

(iii) $x = 0$ is a fixed point for the function

$$f(x) = x^2 + 1.$$

(iv) $\nabla = 1 + E^{-1}$

(v) The truncation error $R_{n+1}(x)$ is given by

$$f(x) - P_n(x) = \frac{(x - x_0)^{n+1}}{\underline{n+1}} f^{(n)}(c), \text{ where}$$

$$0 < c < x.$$

(vi) Newton-Raphson's iteration formula

for finding $\sqrt[3]{c}$, where $c > 0$, is

$$x_{n+1} = \frac{2x_n^3 - c}{3x_n^2}.$$

(vii) The Taylor's series for $y(x) = \log(1 + x)$

$$\text{is } x - \frac{x^2}{\underline{2}} + \frac{x^3}{\underline{3}} - \frac{x^4}{\underline{4}} + \dots - \frac{x^n}{\underline{n}}.$$

(viii) The SOR method is a generalisation of

the Gauss-Seidel method.

- (ix) The composite Simpson's rule for evaluation of the integral $\int_a^b f(x)dx$ requires the interval $[a,b]$ to be divided into an even number of subintervals of equal width.
- (x) If a linear function is integrated using Trapezoidal rule, the error is minimum.
2. (a) Perform four iterations of the Newton-Raphson method to find the smallest positive root of the equation $f(x) = x^3 - 5x + 1 = 0$. 5
- (b) If $f(x) = \frac{1}{x^2}$, then find the divided difference $f[a, b, c, d]$. 5
3. (a) Find the inverse of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

using LU decomposition method with $u_{11} = u_{22} = u_{33} = 1$. 5

- (b) Use Regula-Falsi method to determine the root of the equation :

$$\cos x - xe^x = 0.$$

Take the initial approximation as $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ and perform two iterations of the method. 5

4. (a) Let $f(x) = \sin x$ be defined on the interval $[1, 3]$. Obtain the Lagrange's linear interpolating polynomial in this interval and find the bound on the truncation error. 5

- (b) Find the number of iterations n of bisection method required to have an approximate root with absolute error $\leq 10^{-7}$ of the function $f(x) = 2x - \log_{10} x - 7$ in the interval $[3.78, 3.79]$. 5

5. (a) Using Runge-Kutta fourth order method with $h = 0.1$, find an

approximate value of $y(0.1)$ for the initial value problem : 5

$$y' = x^2 - y, y(0) = 1.$$

(b) Evaluate the integral $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ using

composite Simpson's rule. Hence obtain the approximate value of π . 5

6. (a) Solve the system of equations :

$$3x + 18y + 9z = 18$$

$$2x + 3y + 3z = 117$$

$$4x + y + 2z = 283$$

using Gauss elimination method. 5

(b) The area of a rectangular park is $x^3 - x^2 - 11x + 18$. If the length of the park is $(x - 2)$, then find its width using synthetic division method. 5

7. (a) Find the missing term in the following table : 5

x	$f(x)$
0	1
1	3
2	9
3	?
4	81

- (b) Find the number of students with marks less than 45 using the following data : 5

Marks	No. of Students
30–40	31
40–50	42
50–60	51
60–70	35
70–80	31

8. (a) Estimate the eigen values of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

using the Gerschgorin bounds. Also, draw the rough sketch of the region in which the eigen values lie. 5

- (b) Use the Euler's method to solve numerically the initial value problem $y' = -y$; $y(0) = 1$ with $h = 0.01$ at $x = 0.04$. Also find the exact error. 5

9. (a) Find the Newton's backward difference interpolating polynomial for the following data : 5

x	y
0	1
1	0
2	1
3	10

- (b) Using the third order Taylor's series method, find the solution of the initial value problem $y' = x - y^2$, $y(0) = 1$ at $x = 0.1$ taking $h = 0.1$. 5
10. (a) Calculate a bound for the truncation error in approximating $f(x) = \sin x$ by $1 - \frac{x^3}{\underline{3}} + \frac{x^5}{\underline{5}} - \frac{x^7}{\underline{7}}$ where $-1 \leq x \leq 1$. 5
- (b) Find an approximation to one of the roots of the equation :
- $$P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4 = 0$$
- using Birge-Vieta method starting with the initial approximation $x_0 = -2$. Perform only one iteration. 5

BMTE-144

कला स्नातक (सामान्य) /
 विज्ञान स्नातक (सामान्य)
 (बी. ए. जी./बी.एस.-सी.जी.)
 सत्रांत परीक्षा
 जून, 2025

बी.एम.टी.ई.-144 : संख्यात्मक विश्लेषण

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 100

नोट : प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। प्रश्न संख्या 2 से 10 तक किन्हीं

आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए। अप्रोग्रामीय/वैज्ञानिक

कैल्कुलेटर के प्रयोग की अनुमति है।

-
1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तरों की पुष्टि के लिए एक लघु उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए :

2×10=20

$$(i) \sum_{k=0}^{n-1} \Delta^2 f_k = \Delta f_n - \Delta f_0$$

(ii) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ के आइगेन मान 1, 2, 5 हैं।

(iii) फलन $f(x) = x^2 + 1$ के लिए $x = 0$ एक नियत बिंदु है।

(iv) $\nabla = 1 + E^{-1}$

(v) रूंडन त्रुटि $R_{n+1}(x)$,

$$f(x) - P_n(x) = \frac{(x - x_0)^{n+1}}{n+1} f^{(n)}(c),$$

द्वारा दी जाती है, जहाँ $0 < c < x$ है।

(vi) $c > 0$ के लिए $\sqrt[3]{c}$, ज्ञात करने के लिए न्यूटन-रैफसन

$$\text{पुनरावृत्ति सूत्र } x_{n+1} = \frac{2x_n^3 - c}{3x_n^2} \text{ है।}$$

(vii) $y(x) = \log(1 + x)$ की टेलर श्रेणी

$$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots - \frac{x^n}{n} \text{ है।}$$

(viii) SOR विधि गाउस-सीडल विधि का व्यापक रूप है।

- (ix) संयुक्त सिम्पसन के नियम से समाकल $\int_a^b f(x) dx$ का मान ज्ञात करने के लिए अंतराल $[a, b]$ को समान लंबाई वाले सम उप-अंतरालों में विभाजित करना पड़ता है।
- (x) समलंबी नियम से यदि एक रैखिक फलन का समाकलन किया जाए, तो त्रुटि न्यूनतम होती है।

2. (क) समीकरण $f(x) = x^3 - 5x + 1 = 0$ का न्यूनतम धनात्मक मूल ज्ञात करने के लिए न्यूटन-रैफ्सन विधि की चार पुनरावृत्तियाँ दीजिए। 5

- (ख) यदि $f(x) = \frac{1}{x^2}$ है, तो विभाजित अंतर $f[a, b, c, d]$ ज्ञात कीजिए। 5

3. (क) $u_{11} = u_{22} = u_{33} = 1$ लेकर LU वियोजन विधि से

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। 5

(ख) समीकरण $\cos x - xe^x = 0$ का एक मूल ज्ञात करने के लिए रेगुला-फाल्सी विधि का प्रयोग कीजिए। प्रारंभिक सन्निकटन $x_0 = 0, x_1 = 1$ लीजिए और इस विधि की दो पुनरावृत्तियाँ दीजिए। 5

4. (क) मान लीजिए $f(x) = \sin x$ अंतराल $[1, 3]$ पर परिभाषित है। इस अंतराल में लैग्रांज का रैखिक अंतर्वेशी बहुपद ज्ञात कीजिए और रुंडन त्रुटि पर परिबंध भी ज्ञात कीजिए। 5

(ख) अंतराल $[3.78, 3.79]$ में फलन $f(x) = 2x - \log_{10} x - 7$ का एक मूल सन्निकट करने के लिए समद्विभाजन विधि की पुनरावृत्तियों की संख्या n ज्ञात कीजिए ताकि निरपेक्ष त्रुटि 10^{-7} से अधिक न हो। 5

5. (क) $h = 0.1$ लेकर चतुर्थ कोटि रूंगे-कुट्टा विधि से आदिमान समस्या

$$y' = x^2 - y, y(0) = 1$$

के लिए $y(0.1)$ का एक सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

5

- (ख) संयुक्त सिम्पसन के नियम से समाकल

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \text{ का मान ज्ञात कीजिए। इस प्रकार } \pi$$

का एक सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

5

6. (क) समीकरण निकाय :

$$3x + 18y + 9z = 18$$

$$2x + 3y + 3z = 117$$

$$4x + y + 2z = 283$$

को गाउस निराकरण विधि से हल कीजिए।

5

- (ख) एक आयताकार बगीचे का क्षेत्रफल

$x^3 - x^2 - 11x + 18$ है। यदि बगीचे की लंबाई

$(x - 2)$ है, तो इसकी चौड़ाई सांश्लेषिक विभाजन

विधि से ज्ञात कीजिए।

5

7. (क) निम्नलिखित सारणी में विलुप्त पद ज्ञात कीजिए : 5

x	$f(x)$
0	1
1	3
2	9
3	?
4	81

(ख) निम्नलिखित आँकड़ों का प्रयोग करके उन छात्रों की

संख्या ज्ञात कीजिए जिनके प्राप्तांक 45 से कम हैं : 5

प्राप्तांक	छात्रों की संख्या
30-40	31
40-50	42
50-60	51
60-70	35
70-80	31

8. (क) गर्शगोरिन परिवर्धों का प्रयोग करके आव्यूह :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

के आइगेन मान आकलित कीजिए। साथ ही उस क्षेत्र का एक स्थूल आरेख बनाइए जिसमें आइगेन मान स्थित हैं। 5

- (ख) $h = 0.01$ के साथ ऑयलर विधि के प्रयोग से $x = 0.04$ पर आदि मान समस्या $y' = -y$; $y(0) = 1$ को संख्यात्मक रूप से हल कीजिए। साथ ही यथातथ त्रुटि भी ज्ञात कीजिए। 5

9. (क) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए न्यूटन का पश्चांतर अंतर्वेशी बहुपद ज्ञात कीजिए : 5

x	y
0	1
1	0
2	1
3	10

(ख) $h = 0.1$ लेकर तृतीय कोटि टेलर श्रेणी विधि से

$$x = 0.1 \text{ पर आदि मान समस्या } y' = x - y^2;$$

$$y(0) = 1 \text{ को हल ज्ञात कीजिए।} \quad 5$$

10. (क) $f(x) = \sin x$ को $1 - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7}$ से सन्निकट

करने पर प्राप्त रूंदन त्रुटि के लिए परिबंध ज्ञात

$$\text{कीजिए, जहाँ } -1 \leq x \leq 1 \text{ है।} \quad 5$$

(ख) प्रारंभिक सन्निकटन $x_0 = -2$ लेकर बिरजे-वीटा विधि

से समीकरण :

$$P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4 = 0$$

के एक मूल का सन्निकटन ज्ञात कीजिए। केवल एक

$$\text{ही पुनरावृत्ति कीजिए।} \quad 5$$

× × × × ×